# Matematik: Denge ve Akış Modelleri

Depo net akış · bekleme süreli yolculuk · aktarım · kademeli tarife — örnek kitapçık (renkli)

**1.** Boş durumdaki bir tank için üç hat kullanılmaktadır: K borusu, L borusu ve boşaltma musluğu. İlk iki hat tanka süt yollar, boşaltma musluğu ise tanktan süt tahliye eder; açık oldukları sürece hızları değişmez. Tabloda olayların saatleri ve her olay anında tankta bulunan süt miktarı yer alır; ? işareti, o anda ölçüm yapılmadığı anlamına gelir.

| Saat | Olay | Süt miktarı (L) |
|---|---|---|
| 07:20 | K borusu açıldı | 0 |
| 07:35 | L borusu da açıldı | 30 |
| 07:55 | boşaltma musluğu da açıldı | 230 |
| 08:20 | K borusu kapatıldı | 180 |

Buna göre, K borusu kapatıldıktan kaç dakika sonra tank tamamen boşalır?

**A)** 15 **B)** 45 **C)** 70 **D)** 90 **E)** 105

**2.** Bir vapur, K noktasından hareket ederek sabit hızla M noktasına gitmekte; yol üzerindeki L noktasından da geçmektedir. Vapur, M noktasında ve K noktasında aynı süre bekledikten sonra yön değiştirir; gidiş ve dönüşte hızı aynıdır ve bu hareketi sürekli yineler. Vapurun ilk hareket saati ile L noktasından geçiş saatleri tabloda verilmiştir.

| Olay | Saat |
|---|---|
| K noktasından ilk hareket | 08:10 |
| L noktasından 1. geçiş | 08:20 |
| L noktasından 2. geçiş | 09:25 |
| L noktasından 3. geçiş | 09:50 |

Buna göre, vapur M noktasına ikinci kez vardığında, ilk hareketinden itibaren kaç dakika geçmiş olur?

**A)** 90 **B)** 125 **C)** 130 **D)** 135 **E)** 220

**3.** K, L ve M adlı üç arkadaş, aralarında sırayla kartpostal aktarımları yapmaktadır. Yapılan aktarımlar ve bazı aşamalarda her arkadaştaki kartpostal sayısı tabloda verilmiştir; ? işareti sayının bilinmediğini gösterir.

| Aşama | Aktarım | K | L | M |
|---|---|---|---|---|
| Başlangıç | — | ? | ? | 100 |
| 1. aktarım | L, M'ye elindekinin beşte birini verir | ? | 32 | ? |
| 2. aktarım | M, L'ye 4 kartpostal verir | ? | ? | ? |
| 3. aktarım | K, M'ye elindekinin dörtte birini verir | ? | ? | 124 |

Buna göre, K'nin başlangıçtaki kartpostal sayısı kaçtır?

**A)** 32 **B)** 40 **C)** 60 **D)** 80 **E)** 192

**4.** Bir su aboneliğinde aylık fatura iki kalemden oluşur: sabit hizmet bedeli ve tüketim bedeli. Tüketimin ilk 30 metreküplük kısmı birinci, sonraki 15 metreküplük kısmı ikinci, geri kalanı üçüncü birim fiyatla ücretlendirilir. Birkaç abonenin tüketimi ve ödediği fatura tutarı tabloda gösterilmiştir.

| Abone | Tüketim (m³) | Tutar (TL) |
|---|---|---|
| K | 18 | 59 |
| L | 29 | 92 |
| M | 35 | 120 |
| N | 67 | 368 |

Buna göre, 48 metreküp su tüketen bir abonenin faturası kaç TL olur?

**A)** 149 **B)** 197 **C)** 257 **D)** 437 **E)** 602

# Cevap Anahtarı

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| B | C | D | B |

# Çözümler

**1. Cevap: B**

Adım 1: Hatlar sabit hızla çalıştığı için bir evredeki seviye değişimi, o evrede açık hatların NET akışı ile evre süresinin çarpımıdır (dolduranlar toplanır, boşaltan çıkarılır). Tablodaki her ölçüm bu modele bir denklem verir.
Adım 2: 1. evrede yalnız K hattı açıktır: $30 = 15 \cdot a$, $a = 2$.: 2
Adım 3: 2. evrede K ve L açıktır: $230 - 30 = 20 \cdot (a + b) \Rightarrow a + b = 10$, $b = 8$.: 8
Adım 4: 3. evrede üç hat açıktır: net akış $a + b - c = -2$ birim/dakikadır; ölçümden $c = 12$ bulunur.: 12
Adım 5: K hattı kapanınca yalnız L hattı doldurur, boşaltma vanası boşaltır: net boşaltma $c - b = 4$ birim/dakika (brüt boşaltma debisi c değil).: 4
Adım 6: K kapandığında depodaki miktar 180'tür; boşalma süresi $180 \div 4 = 45$ dakikadır.: 45
Cevap: 45 — B seçeneği.

---

**2. Cevap: C**

Adım 1: Araç bir yöne giderken K→L süresi x, L→M süresi y olsun. Uçlarda w dakika beklenir; L noktasından geçişler arasındaki süreler yön ve bekleme durumuna göre değişir: 1. geçiş x, 2. geçiş $x + 2y + w$, 3. geçiş $3x + 2y + 2w$ anındadır (ilk hareketten itibaren).
Adım 2: 1. geçiş ilk hareketten 10 dakika sonradır: $x = 10$.: 10
Adım 3: 2. ve 3. geçiş arası 25 dakikadır; bu aralıkta araç K noktasına gidip döner: $2x + w = 25$, $w = 5$.: 5
Adım 4: 1. ve 2. geçiş arası 65 dakikadır: araç M noktasına gidip döner ve bekler ($2y + w$): $y = 30$.: 30
Adım 5: Kontrol: $x = 10$, $y = 30$, $w = 5$ ile tablodaki geçiş saatleri yeniden elde edilir; model tabloyla tutarlıdır.
Adım 6: İstenen süre ilk hareketten itibaren: $3x + 3y + 2w = 130$.: 130
Cevap: 130 — C seçeneği.

---

**3. Cevap: D**

Adım 1: Her aktarımda veren kişinin sayısı verilen kadar azalır, alan kişinin sayısı aynı kadar artar (toplam değişmez); "elindekinin 1/k'sı" aktarım anındaki miktar üzerinden alınır, başlangıçtaki değil.
Adım 2: Aşama sayılarını başlangıç sayıları (K, L, M) cinsinden yazarak her aktarımı bir doğrusal ifadeye çevirmek gerekir.
Adım 3: 1. verilen sayı: 0. aşamada M'de 100 var; bu bir denklem verir.: 100
Adım 4: 2. verilen sayı: 1. aşamada L'de 32 var; bu bir denklem verir.: 32
Adım 5: 3. verilen sayı: 3. aşamada M'de 124 var; bu bir denklem verir.: 124
Adım 6: Üç denklem birlikte çözülünce başlangıç sayıları K: 80, L: 40, M: 100 bulunur (sistemin tek çözümü vardır).
Adım 7: İstenen: K'nin başlangıçtaki sayısı 80.: 80
Cevap: 80 — D seçeneği.

---

**4. Cevap: B**

Adım 1: Tutar = sabit bedel + her basamaktaki tüketim × o basamağın birim fiyatı. Basamak sınırı aşılmadıkça yalnız birinci fiyat geçerlidir; aşan KISIM sonraki fiyatla ücretlendirilir (tüm tüketim değil).
Adım 2: Sınırın altındaki satırlarda yalnız birinci fiyat işler: $p_1 = 3$ TL, sabit bedel $s = 5$ TL.: 3
Adım 3: 2. basamağa giren abonelikte önceki basamakların ücreti çıkarılıp yalnız aşan miktara bölünür: $p_2 = 5$ TL.: 5
Adım 4: 3. basamağa giren abonelikte önceki basamakların ücreti çıkarılıp yalnız aşan miktara bölünür: $p_3 = 9$ TL.: 9
Adım 5: Kontrol: bulunan fiyatlarla tablodaki her aboneliğin tutarı yeniden hesaplanınca tabloyla aynı çıkar.
Adım 6: İstenen tüketim (48) basamaklara bölünür ve ücretlendirilir: toplam 197 TL.: 197
Cevap: 197 — B seçeneği.

---

# Matematik: Sayı Durum Ayrımı

Çözüm aileleri ve yan koşul — şekilsiz cebir soruları, örnek kitapçık (renkli)

**1.** Bir depoda her birinde 5 ürün bulunan x koli ile her birinde 2 ürün bulunan y koli vardır; ürünlerin toplam sayısı 70 adettir. x ve y birer pozitif tam sayıdır. y tek sayıdır. x + y toplamı 23 sayısından küçüktür.
Buna göre, x kaçtır?

**A)** 8 **B)** 10 **C)** 12 **D)** 17 **E)** 42

---

**2.** Rakamları a, b, c olan üç basamaklı doğal sayı abc ile gösterilmiştir. abc sayısı 23 ile tam bölünür. Rakamları toplamı 12 ile tam bölünür. abc sayısı tektir. abc sayısı 345 sayısından büyüktür.
Buna göre, abc sayısının rakamları çarpımı kaçtır?

**A)** 9 **B)** 24 **C)** 50 **D)** 60 **E)** 504

---

**3.** m ve n pozitif tam sayılardır. m ile n'nin EBOB'u ile EKOK'unun toplamı 57 olarak verilmiştir. m ve n iki basamaklı sayılardır.
Buna göre, m · n çarpımı kaçtır?

**A)** 56 **B)** 57 **C)** 162 **D)** 722 **E)** 940

---

**4.** Tam sayı olan x için $\frac{4x+48}{x+3}$ ifadesi de tam sayı değerini almaktadır. x tek sayıdır. x, $-21$ sayısından büyüktür.
Buna göre, x kaç farklı değer alabilir?

**A)** 9 **B)** 10 **C)** 11 **D)** 12 **E)** 16

---

# Cevap Anahtarı

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| C | E | D | B |

# Çözümler

**1. Cevap: C**

Adım 1: Yan koşullar bir yana bırakılıp yalnızca ana koşula bakılır ($5x + 2y = 70$). Durum ayrımı: 6 durum çıkar — (x, y) = (2, 30); (x, y) = (4, 25); (x, y) = (6, 20); (x, y) = (8, 15); (x, y) = (10, 10); (x, y) = (12, 5). Bu durumlar x için 2; 4; 6; 8; 10; 12 değerlerini üretir.
Adım 2: "y tek sayıdır." yan koşulu uygulanır: bu koşulu sağlamayan 1 durum elenir ((x, y) = (10, 10)). Bu koşul yokken x için 10; 12 değerleri de çıkardı.
Adım 3: "x + y toplamı 23 sayısından küçüktür." yan koşulu uygulanır: bu koşulu sağlamayan 2 durum elenir ((x, y) = (4, 25); (x, y) = (8, 15)). Bu koşul yokken x için 4; 8; 12 değerleri de çıkardı.
Adım 4: Bütün koşulları birlikte sağlayan 1 durum kalır: (x, y) = (12, 5); x bu durumların hepsinde aynı değeri alır.
Adım 5: x hesaplanır: $x = 12$.
Adım 6: Kontrol: yan koşullar atlanırsa öğrenci başka bir çözüm ailesine ulaşır; A şıkkı (8), B şıkkı (10) bu yüzden yanlıştır. Doğru cevap 12.
Cevap: 12 — C seçeneği.

---

**2. Cevap: E**

Adım 1: Yan koşullar bir yana bırakılıp yalnızca ana koşula bakılır (abc sayısı 23 ile tam bölünür. Rakamları toplamı 12 ile tam bölünür.). Durum ayrımı: 4 durum çıkar — abc = 138; abc = 345; abc = 552; abc = 897. Bu durumlar rakamları çarpımı için 24; 50; 60; 504 değerlerini üretir.
Adım 2: "abc sayısı tektir." yan koşulu uygulanır: bu koşulu sağlamayan 1 durum elenir (abc = 552). Bu koşul yokken rakamları çarpımı için 50; 504 değerleri de çıkardı.
Adım 3: "abc sayısı 345 sayısından büyüktür." yan koşulu uygulanır: bu koşulu sağlamayan 1 durum elenir (abc = 345). Bu koşul yokken rakamları çarpımı için 60; 504 değerleri de çıkardı.
Adım 4: Bütün koşulları birlikte sağlayan 1 durum kalır: abc = 897; rakamları çarpımı bu durumların hepsinde aynı değeri alır.
Adım 5: rakamları çarpımı hesaplanır: $8 \cdot 9 \cdot 7 = 504$.
Adım 6: Kontrol: yan koşullar atlanırsa öğrenci başka bir çözüm ailesine ulaşır; C şıkkı (50), D şıkkı (60) bu yüzden yanlıştır. Doğru cevap 504.
Cevap: 504 — E seçeneği.

---

**3. Cevap: D**

Adım 1: Yan koşullar bir yana bırakılıp yalnızca ana koşula bakılır (EBOB(m, n) + EKOK(m, n) = 57). Durum ayrımı: 10 durum çıkar — (m, n) = (1, 56); (m, n) = (3, 54); (m, n) = (6, 27); (m, n) = (7, 8); (m, n) = (8, 7); (m, n) = (19, 38); (m, n) = (27, 6); (m, n) = (38, 19); ... (toplam 10). Bu durumlar $m \cdot n$ için 56; 162; 722 değerlerini üretir.
Adım 2: "m ve n iki basamaklı sayılardır." yan koşulu uygulanır: bu koşulu sağlamayan 8 durum elenir ((m, n) = (1, 56); (m, n) = (3, 54); (m, n) = (6, 27); (m, n) = (7, 8); (m, n) = (8, 7); (m, n) = (27, 6); ... (toplam 8)). Bu koşul yokken $m \cdot n$ için 56; 162; 722 değerleri de çıkardı.
Adım 3: Bütün koşulları birlikte sağlayan 2 durum kalır: (m, n) = (19, 38); (m, n) = (38, 19); $m \cdot n$ bu durumların hepsinde aynı değeri alır.
Adım 4: $m \cdot n$ hesaplanır: $19 \cdot 38 = 722$.
Adım 5: Kontrol: yan koşullar atlanırsa öğrenci başka bir çözüm ailesine ulaşır; A şıkkı (56), C şıkkı (162) bu yüzden yanlıştır. Doğru cevap 722.
Cevap: 722 — D seçeneği.

---

**4. Cevap: B**

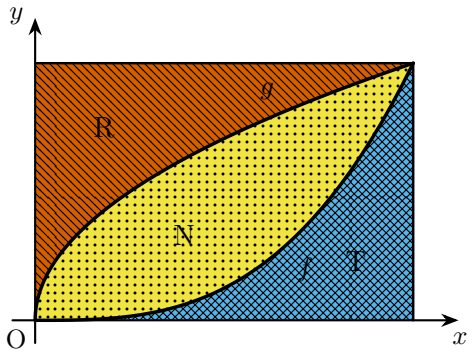
Adım 1: Yan koşullar bir yana bırakılıp yalnızca ana koşula bakılır ($(4x + 48)/(x + 3)$ bir tam sayıdır.). Durum ayrımı: 18 durum çıkar — $x = -39$; $x = -21$; $x = -15$; $x = -12$; $x = -9$; $x = -7$; $x = -6$; $x = -5$; ... (toplam 18). Bu durumlar x'in alabileceği değer sayısı için 18 değerlerini üretir.
Adım 2: "x tek sayıdır." yan koşulu uygulanır: bu koşulu sağlamayan 6 durum elenir ($x = -12$; $x = -6$; $x = -4$; $x = -2$; $x = 0$; $x = 6$). Bu koşul yokken x'in alabileceği değer sayısı için 16 değerleri de çıkardı.
Adım 3: "x, −21 sayısından büyüktür." yan koşulu uygulanır: bu koşulu sağlamayan 2 durum elenir ($x = -39$; $x = -21$). Bu koşul yokken x'in alabileceği değer sayısı için 12 değerleri de çıkardı.
Adım 4: Bütün koşulları birlikte sağlayan 10 durum kalır: $x = -15$; $x = -9$; $x = -7$; $x = -5$; $x = -1$; $x = 1$; $x = 3$; $x = 9$; ... (toplam 10); x'in alabileceği değer sayısı bu durumların hepsinde aynı değeri alır.
Adım 5: x'in alabileceği değer sayısı hesaplanır: 10 değer: $-15, -9, -7, -5, -1, 1, 3, 9, 15, 33$.
Adım 6: Kontrol: yan koşullar atlanırsa öğrenci başka bir çözüm ailesine ulaşır; D şıkkı (12), E şıkkı (16) bu yüzden yanlıştır. Doğru cevap 10.
Cevap: 10 — B seçeneği.

---

# Matematik: İntegral ve Alan Oranları

Kuvvet fonksiyonlarının dikdörtgen içinde ayırdığı bölgeler — örnek kitapçık (renkli)

**1.** Dik koordinat düzleminde $f(x) = x\sqrt{x}$ ve $g(x) = 9\sqrt{x}$ fonksiyonlarının grafikleri, bir köşesi başlangıç noktası, karşı köşesi ise bu grafiklerin kesişim noktası olan bir dikdörtgenin içinde gösterilmiştir. Grafiklerin dikdörtgen içinde ayırdığı bölgeler N, R ve T ile adlandırılmıştır. Şekil ölçekli çizilmemiştir.

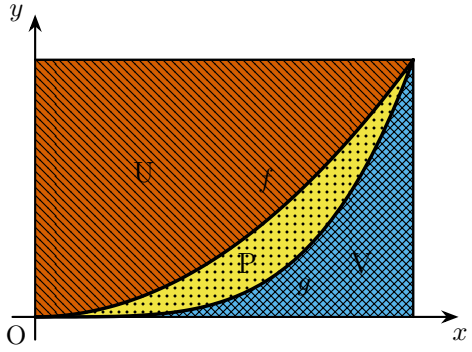



Buna göre, N, R ve T bölgelerinin alanları arasındaki sıralama aşağıdakilerden hangisidir?

**A)** N < T < R **B)** N < R < T **C)** T < R < N
**D)** R < T < N **E)** R < N < T

---

**2.** Dik koordinat düzleminde $f(x) = 2x\sqrt{x}$ ve $g(x) = x^2$ fonksiyonlarının grafikleri, bir köşesi başlangıç noktası, karşı köşesi ise bu grafiklerin kesişim noktası olan bir dikdörtgenin içinde gösterilmiştir. Grafiklerin dikdörtgen içinde ayırdığı bölgeler P, U ve V ile adlandırılmıştır. Şekil ölçekli çizilmemiştir.

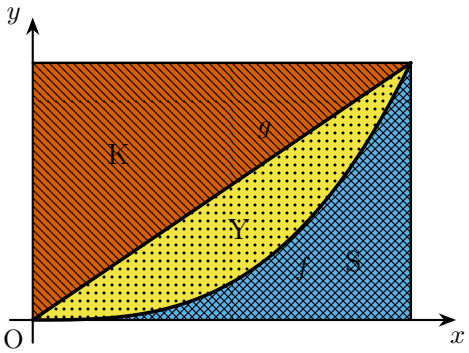



Buna göre, U bölgesinin alanının P ve V bölgelerinin alanları toplamına oranı kaçtır?

**A)** $\frac{1}{2}$ **B)** $\frac{6}{11}$ **C)** $\frac{9}{11}$ **D)** $\frac{3}{2}$ **E)** 2

---

**3.** a ve b pozitif gerçel sayılar olmak üzere, dik koordinat düzleminde $f(x) = ax^4$ ve $g(x) = bx$ fonksiyonlarının grafikleri, bir köşesi başlangıç noktası, karşı köşesi ise bu grafiklerin kesişim noktası olan bir dikdörtgenin içinde gösterilmiştir. Grafiklerin dikdörtgen içinde ayırdığı bölgeler K, S ve Y ile adlandırılmıştır. Dikdörtgenin alanı 40 birimkaredir. Y ve K bölgelerinin birleşiminin alanı $A_1$, S ve Y bölgelerinin birleşiminin alanı $A_2$ ile gösterilmiştir. Şekil ölçekli çizilmemiştir.



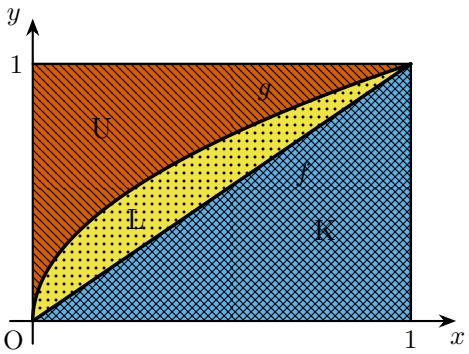

Buna göre, $A_1 - A_2$ farkı kaç birimkaredir?

**A)** 8 **B)** 10 **C)** 12 **D)** 28 **E)** 32

---

**4.** a ve b, $a > b > 0$ koşulunu sağlayan gerçek sayılardır. Şekilde, köşeleri (0, 0), (1, 0), (1, 1) ve (0, 1) olan karenin içinde $f(x) = x^a$ ve $g(x) = x^b$ fonksiyonlarının grafikleri gösterilmiştir. Grafiklerin kare içinde ayırdığı bölgeler K, L ve U ile adlandırılmıştır. Ayrıca $b < 1 < a$ olduğu bilinmektedir. Şekil ölçekli çizilmemiştir.

I. K bölgesinin alanı, U bölgesinin alanından küçüktür.
II. L bölgesinin alanı, U bölgesinin alanından küçüktür.
III. L ve U bölgelerinin alanları toplamı, karenin alanının yarısından büyüktür.




Buna göre, numaralanmış öncüllerden hangileri **kesinlikle** doğrudur?

**A)** Yalnız II **B)** Yalnız III **C)** I ve III
**D)** II ve III **E)** I, II ve III

---

# Cevap Anahtarı

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| B | D | C | B |

# Çözümler

**1. Cevap: B**

Adım 1: Her iki grafik de başlangıç noktasından ve dikdörtgenin karşı köşesinden geçtiği için bölgelerin alanları dikdörtgenin alanı Ω'nın kesirleri olarak yazılır; köşe koordinatları, katsayılar ve Ω'nın değeri sonucu etkilemez.
Adım 2: Köşede y = c·x^p olduğundan eğrinin altındaki alan $_0\hat{}$m c·x^p dx = c·m^(p+1)/(p+1) = Ω/(p+1) bulunur (Ω = m·c·m^p). Alttaki eğri için p = 3/2: 2/5·Ω; üstteki eğri için q = 1/2: 2/3·Ω.
Adım 3: T bölgesi alttaki eğrinin altındadır: 2/5·Ω. R bölgesi üstteki eğrinin üstünde kalır: Ω − 2/3·Ω = 1/3·Ω. N bölgesi iki eğri arasındadır: üstteki eğrinin altından alttakinin altı çıkarılır, 2/3·Ω − 2/5·Ω = 4/15·Ω.
Adım 4: Kesirler karşılaştırılır: N (4/15) < R (1/3) < T (2/5). Şekil ölçekli çizilmediği için bölgelerin görünüşte büyük ya da küçük olması karar için kullanılamaz.
Adım 5: Sıralama (küçükten büyüğe): N < R < T.
Cevap: N < R < T — B seçeneği.

---

**2. Cevap: D**

Adım 1: Her iki grafik de başlangıç noktasından ve dikdörtgenin karşı köşesinden geçtiği için bölgelerin alanları dikdörtgenin alanı Ω'nın kesirleri olarak yazılır; köşe koordinatları, katsayılar ve Ω'nın değeri sonucu etkilemez.
Adım 2: Köşede y = c·x^p olduğundan eğrinin altındaki alan $_0\hat{}$m c·x^p dx = c·m^(p+1)/(p+1) = Ω/(p+1) bulunur (Ω = m·c·m^p). Alttaki eğri için p = 2: 1/3·Ω; üstteki eğri için q = 3/2: 2/5·Ω.
Adım 3: V bölgesi alttaki eğrinin altındadır: 1/3·Ω. U bölgesi üstteki eğrinin üstünde kalır: Ω − 2/5·Ω = 3/5·Ω. P bölgesi iki eğri arasındadır: üstteki eğrinin altından alttakinin altı çıkarılır, 2/5·Ω − 1/3·Ω = 1/15·Ω.
Adım 4: Birleşik bölge tek parça gibi okunur: U → 3/5·Ω, P + V → 2/5·Ω.
Adım 5: Oran = (3/5·Ω)/(2/5·Ω) = 3/2 (Ω sadeleşir).
Adım 6: Ω, m ve katsayılar sadeleştiğinden cevap yalnızca üslere bağlıdır.
Cevap: 3/2 — D seçeneği.

---

**3. Cevap: C**

Adım 1: Her iki grafik de başlangıç noktasından ve dikdörtgenin karşı köşesinden geçtiği için bölgelerin alanları dikdörtgenin alanı Ω'nın kesirleri olarak yazılır; köşe koordinatları, katsayılar ve Ω'nın değeri sonucu etkilemez.
Adım 2: Köşede y = c·x^p olduğundan eğrinin altındaki alan $_0\hat{}$m c·x^p dx = c·m^(p+1)/(p+1) = Ω/(p+1) bulunur (Ω = m·c·m^p). Alttaki eğri için p = 4: 1/5·Ω; üstteki eğri için q = 1: 1/2·Ω.
Adım 3: S bölgesi alttaki eğrinin altındadır: 1/5·Ω. K bölgesi üstteki eğrinin üstünde kalır: Ω − 1/2·Ω = 1/2·Ω. Y bölgesi iki eğri arasındadır: üstteki eğrinin altından alttakinin altı çıkarılır, 1/2·Ω − 1/5·Ω = 3/10·Ω.
Adım 4: $A_1$ = Y + K, $A_2$ = S + Y; Y bölgesi iki birleşimde de vardır, fark alınırken sadeleşir: $A_1 - A_2$ = K − S.
Adım 5: $A_1 - A_2$ = (1/2 − 1/5)·Ω = 3/10·40 = 12 birimkare (ortak bölgenin alanı hesaplanmadı).
Cevap: 12 — C seçeneği.

---

**4. Cevap: B**

Adım 1: Grafikler (0, 0) ve (1, 1) noktalarından geçer; bölgelerin alanları a ve b'nin bir fonksiyonudur: alt bölge 1/(a+1), üstteki eğrinin altı 1/(b+1), üst bölge b/(b+1). Hiçbir öncül için integral hesaplamak gerekmez; yalnızca bu üç kesir karşılaştırılır.
Adım 2: I. öncül (K bölgesinin alanı, U bölgesinin alanından küçüktür.): bazı dünyalarda doğru (örn. a = 3, b = 1/2), bazılarında yanlış (örn. a = 2, b = 1/2); kesin değil.
Adım 3: II. öncül (L bölgesinin alanı, U bölgesinin alanından küçüktür.): bazı dünyalarda doğru (örn. a = 3/2, b = 1/2), bazılarında yanlış (örn. a = 2, b = 1/2); kesin değil.
Adım 4: III. öncül (L ve U bölgelerinin alanları toplamı, karenin alanının yarısından büyüktür.): bilgiyi sağlayan her (a, b) için doğru.
Adım 5: Kesinlikle doğru olan öncüller: Yalnız III.
Cevap: Yalnız III — B seçeneği.

# Matematik: Türev Grafiği Yorumu

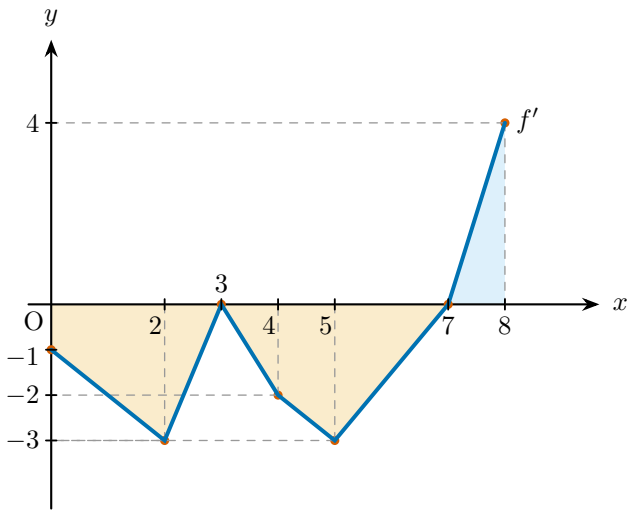
Yalnızca f' grafiği verilir: işaret, alan birikimi ve kesinlikle / olabilir — örnek kitapçık (renkli)

**1.** Gerçek sayılarda [0, 8] aralığında tanımlı ve türevlenebilir bir f fonksiyonunun türevi olan f' fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir.

I. f(5) < f(7)

II. f fonksiyonu [0, 2] aralığında azalandır.

III. f fonksiyonunun x = 7 noktasında yerel ekstremumu vardır.




Buna göre, numaralanmış öncüllerden hangileri doğrudur?

**A)** Yalnız I **B)** Yalnız II **C)** Yalnız III
**D)** I ve II **E)** II ve III

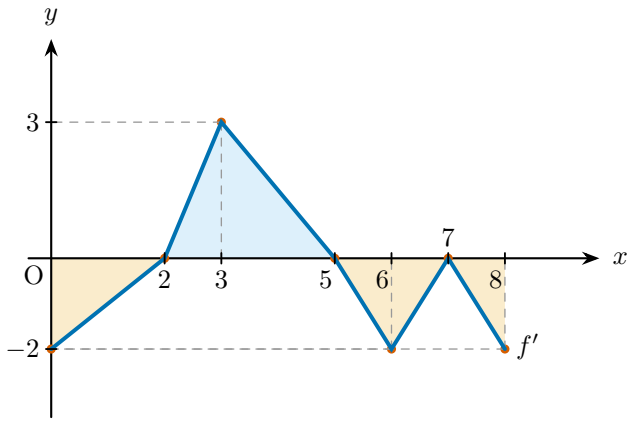
---

**2.** Gerçek sayılarda [0, 8] aralığında tanımlı ve türevlenebilir bir f fonksiyonunun türevi olan f' fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir. Ayrıca f(0) < 0 olduğu bilinmektedir.

I. f(0) < 0

II. f(x) = 0 denkleminin (3, 8) aralığında en az bir kökü vardır.

III. f fonksiyonunun x = 5 noktasında yerel ekstremumu vardır.




Buna göre, numaralanmış öncüllerden hangileri **kesinlikle** doğrudur?

**A)** Yalnız I **B)** I ve II **C)** I ve III
**D)** II ve III **E)** I, II ve III

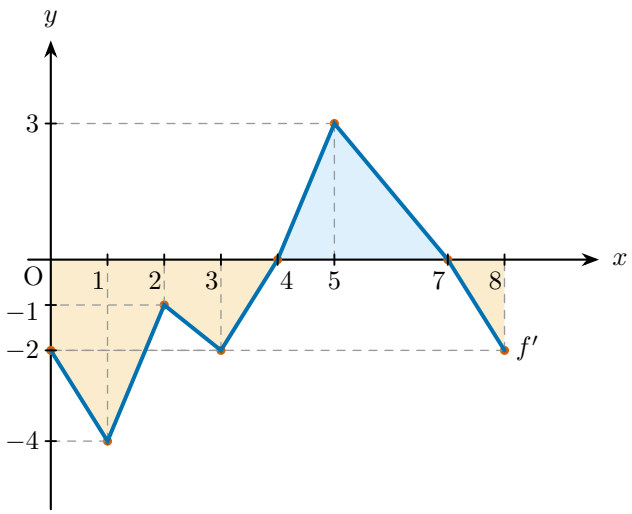
---

**3.** Gerçek sayılarda [0, 8] aralığında tanımlı ve türevlenebilir bir f fonksiyonunun türevi olan f' fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir. f(x) = 0 denkleminin [0, 8] aralığında tam olarak iki kökü vardır.

I. f(7) < 0

II. f(x) = 0 denkleminin (3, 7) aralığında en az bir kökü vardır.

III. f(x) = 0 denkleminin (0, 2) aralığında en az bir kökü vardır.

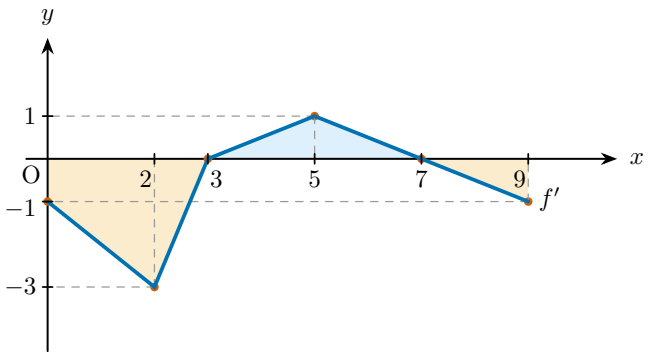



Buna göre, numaralanmış öncüllerden hangileri doğru olabilir?

**A)** Yalnız I **B)** Yalnız II **C)** Yalnız III
**D)** II ve III **E)** I, II ve III

---

**4.** Gerçek sayılarda [0, 9] aralığında tanımlı ve türevlenebilir bir f fonksiyonunun türevi olan f' fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir. Ayrıca f(0) = 9/2 olduğu bilinmektedir.




Buna göre, f(x) = 0 denkleminin kaç farklı gerçek kökü vardır?

**A)** 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

# Cevap Anahtarı

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| E | C | D | D |

# Çözümler

**1. Cevap: E**

Adım 1: f'nin işareti f'nin yönünü belirler: f' > 0 iken f artan, f' < 0 iken f azalandır. Grafikten: [0, 2] aralığında f' negatif, f azalan; [2, 3] aralığında f' negatif, f azalan; [3, 4] aralığında f' negatif, f azalan; [4, 5] aralığında f' negatif, f azalan; [5, 7] aralığında f' negatif, f azalan; [7, 8] aralığında f' pozitif, f artan.

Adım 2: f' = 0 olan noktalar sınanır: x = 3: f' = 0 ama işaret değiştirmez, f orada da azalan; ekstremum YOK; x = 7: f' işaret değiştirdiği ($- \to +$) için f'nin yerel minimumu.

Adım 3: Her parçada f' ile x ekseni arasındaki İŞARETLİ alan (yamuk), f'nin o aralıktaki değer değişimidir: [0, 2]: $-4$; [2, 3]: $-3/2$; [3, 4]: $-1$; [4, 5]: $-5/2$; [5, 7]: $-3$; [7, 8]: 2. Birikimle f(x) − f(0) bulunur.

Adım 4: I. öncül (f(5) < f(7)): olası her t için yanlış.

Adım 5: II. öncül (f fonksiyonu [0, 2] aralığında azalandır.): olası her t için doğru.

Adım 6: III. öncül (f fonksiyonunun x = 7 noktasında yerel ekstremumu vardır.): olası her t için doğru.

Adım 7: Doğru olan öncüller: II ve III.

Cevap: II ve III — E seçeneği.

---

**2. Cevap: C**

Adım 1: f'nin işareti f'nin yönünü belirler: f' > 0 iken f artan, f' < 0 iken f azalandır. Grafikten: [0, 2] aralığında f' negatif, f azalan; [2, 3] aralığında f' pozitif, f artan; [3, 5] aralığında f' pozitif, f artan; [5, 6] aralığında f' negatif, f azalan; [6, 7] aralığında f' negatif, f azalan; [7, 8] aralığında f' negatif, f azalan.

Adım 2: f' = 0 olan noktalar sınanır: x = 2: f' işaret değiştirdiği ($- \to +$) için f'nin yerel minimumu; x = 5: f' artıştan azalışa geçtiği için f'nin yerel maksimumu; x = 7: f' = 0 ama işaret değiştirmez, f orada da azalan; ekstremum YOK.

Adım 3: Her parçada f' ile x ekseni arasındaki İŞARETLİ alan (yamuk), f'nin o aralıktaki değer değişimidir: [0, 2]: $-2$; [2, 3]: 3/2; [3, 5]: 3; [5, 6]: $-1$; [6, 7]: $-1$; [7, 8]: $-1$. Birikimle f(x) − f(0) bulunur.

Adım 4: Bilinmeyen sabit t = f(0) olsun: f(0) = t, f(2) = t − 2, f(3) = t − 1/2, f(5) = t + 5/2, f(6) = t + 3/2, f(7) = t + 1/2, f(8) = t − 1/2. Verilen bilgi t'nin alabileceği değerleri sınırlar.

Adım 5: I. öncül (f(0) < 0): olası her t için doğru.

Adım 6: II. öncül (f(x) = 0 denkleminin (3, 8) aralığında en az bir kökü vardır.): bazı t değerlerinde doğru (t = -2), bazılarında yanlış (t = -7/2); kesin değil, yalnızca olabilir.

Adım 7: III. öncül (f fonksiyonunun x = 5 noktasında yerel ekstremumu vardır.): olası her t için doğru.

Adım 8: Kesinlikle doğru olan öncüller: I ve III.

Cevap: I ve III — C seçeneği.

---

**3. Cevap: D**

Adım 1: f'nin işareti f'nin yönünü belirler: f' > 0 iken f artan, f' < 0 iken f azalandır. Grafikten: [0, 1] aralığında f' negatif, f azalan; [1, 2] aralığında f' negatif, f azalan; [2, 3] aralığında f' negatif, f azalan; [3, 4] aralığında f' negatif, f azalan; [4, 5] aralığında f' pozitif, f artan; [5, 7] aralığında f' pozitif, f artan; [7, 8] aralığında f' negatif, f azalan.

Adım 2: f' = 0 olan noktalar sınanır: x = 4: f' işaret değiştirdiği ($- \to +$) için f'nin yerel minimumu; x = 7: f' artıştan azalışa geçtiği için f'nin yerel maksimumu.

Adım 3: Her parçada f' ile x ekseni arasındaki İŞARETLİ alan (yamuk), f'nin o aralıktaki değer değişimidir: [0, 1]: $-3$; [1, 2]: $-5/2$; [2, 3]: $-3/2$; [3, 4]: $-1$; [4, 5]: 3/2; [5, 7]: 3; [7, 8]: $-1$. Birikimle f(x) − f(0) bulunur.

Adım 4: Bilinmeyen sabit t = f(0) olsun: f(0) = t, f(1) = t − 3, f(2) = t − 11/2, f(3) = t − 7, f(4) = t − 8, f(5) = t − 13/2, f(7) = t − 7/2, f(8) = t − 9/2. Verilen bilgi t'nin alabileceği değerleri sınırlar.

Adım 5: I. öncül (f(7) < 0): olası her t için yanlış.

Adım 6: II. öncül (f(x) = 0 denkleminin (3, 7) aralığında en az bir kökü vardır.): bazı t değerlerinde doğru (t = 5), bazılarında yanlış (t = 7/2); kesin değil, yalnızca olabilir.

Adım 7: III. öncül (f(x) = 0 denkleminin (0, 2) aralığında en az bir kökü vardır.): bazı t değerlerinde doğru (t = 7/2), bazılarında yanlış (t = 6); kesin değil, yalnızca olabilir.

Adım 8: Doğru olabilen öncüller: II ve III.

Cevap: II ve III — D seçeneği.

---

**4. Cevap: D**

Adım 1: f'nin işareti f'nin yönünü belirler: f' > 0 iken f artan, f' < 0 iken f azalandır. Grafikten: [0, 2] aralığında f' negatif, f azalan; [2, 3] aralığında f' negatif, f azalan; [3, 5] aralığında f' pozitif, f artan; [5, 7] aralığında f' pozitif, f artan; [7, 9] aralığında f' negatif, f azalan.

Adım 2: f' = 0 olan noktalar sınanır: x = 3: f' işaret değiştirdiği ($- \to +$) için f'nin yerel minimumu; x = 7: f' artıştan azalışa geçtiği için f'nin yerel maksimumu.

Adım 3: Her parçada f' ile x ekseni arasındaki İŞARETLİ alan (yamuk), f'nin o aralıktaki değer değişimidir: [0, 2]: $-4$; [2, 3]: $-3/2$; [3, 5]: 1; [5, 7]: 1; [7, 9]: $-1$. Birikimle f(x) − f(0) bulunur.

Adım 4: f(0) = 9/2 bilindiğinden birikimle f'nin kırılma noktalarındaki değerleri: f(0) = 9/2, f(2) = 1/2, f(3) = $-1$, f(5) = 0, f(7) = 1, f(9) = 0.

Adım 5: f her parçada kesin monoton olduğundan, ardışık iki değer zıt işaretliyse o parçada tam bir kök vardır; düğümde f = 0 ise o nokta da köktür (dokunma noktaları da sayılır, çift sayılmaz).

Adım 6: Kök sayısı 3.

Cevap: 3 — D seçeneği.

---